



I-But de TP :

- Détermination de la constante de torsion d’un ressort spiral ;
- Détermination du moment d’inertie d’un disque en fonction de la distance verticale de l’axe de rotation au centre de gravité.

II-Principe :

On mesure la durée des oscillations d’un disque circulaire qui effectue des mouvements oscillants de torsions autour de différents axes parallèles .On détermine le moment d’inertie du disque verticale de l’axe de rotation au centre de gravité.

III-Montage et mode opératoire :

Le montage est à exécuter suivant la figure n°1 .Pour mesurer la constance de torsion, on fixe le disque sur l’axe de rotation en son centre de gravité .On mesure avec le dynamomètre, fixé par un axe dans un trou du disque, la force nécessaire pour faire subir au disque une certaine rotation .Le bras de levier forme dans ce cas avec le dynamomètre un angle droit. Il est utile de choisir un angle de 180 ° pour utiliser la série de trous comme « rapporteur ».

Pour la mesure de la durée des oscillations du disque, on colle un écran sur la ligne de la série de trous .on fait glisser la barrière lumineuse par-dessus cet écran, le disque étant en position arrêtée. On shunte le compteur à 4 décades les douilles de STOP et de START (jaune-jaune)

on fait subir au disque une rotation d’environ 180° et on mesure avec le compteur la durée de la demi –période de l’oscillation en prenant la moyenne des mesures de la rotation de part et d’autre .***Pour des raisons de sécurité et de stabilité , on conseille de ne pas dépasser, avec le ressort, une rotation de ±720°.***

IV-Théorie et exploitation :

Définition :

Le moment d'inertie d'un système matériel par rapport à un axe est la somme :

$$I_{axe}=\sum mr^2$$

Cas d'un solide :

La matrice d'inertie d'un solide S en un point O dans une base orthonormée (i, j, k) s'écrit lorsque x y z sont les coordonnées de P dans le repère (O, i, j, k) :

$$I = \begin{pmatrix} \int_{P\in S} (y2+z2)dm & \int_{P\in S} (-xy)dm & \int_{P\in S} (-xz)dm \\ \int_{P\in S} (-xy)dm & \int_{P\in S} (z2+x2)dm & \int_{P\in S} (-zy)dm \\ \int_{P\in S} (-xz)dm & \int_{P\in S} (-zy)dm & \int_{P\in S} (x2+y2)dm \end{pmatrix}$$

Théorème de Huygens :

Le moment d'inertie $I\Delta$d'un solide de masse m par rapport à un axe Δ est donnée par :

$$I_{\Delta}=I_{\Delta 0}+md^2$$

Où $I\Delta G$ est le moment d'inertie par rapport à un axe Δ et passant par le centre de masse G

Le théorème du moment cinétique permet d'avoir la relation entre le moment cinétique L et le moment du couple T d'un corps rigide dans un

système de coordonnées au repos ayant son origine au centre de gravité qui se met sous la forme :

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{dL}}{\mathbf{dt}}$$

Le moment cinétique s'exprime à partir de la vitesse angulaire ω et du tenseur d'inertie I :

$$L = I \quad \text{(Réduction du tenseur avec le vecteur)}$$

Dans notre cas ω est dirigé suivant l'axe d'inertie principal (axe des z) de sorte que L ne possède qu'une composante :

$$\mathbf{L_z = I_z \omega}$$

I_z étant la composante suivant l'axe des z du tenseur d'inertie principal du disque. L'équation(1) s'exprime dans ce cas :

$$\boldsymbol{Tz = Iz\frac{d\omega}{dt} = Iz\frac{d2\varphi}{d2t}}$$

Le moment du couple d'un ressort spiral s'exprime dans la plage d Hooke par :

$$T_z = -D\Phi$$

V-Travail demandé :

♣ Tableau du moment du couple du ressort en fonction de l'angle de torsion

ϕ	$\pi/2$ = 90°	π = 180°	$3\pi/2$ = 270°	2π = 360°
F(N)	0,22	0,44	0,64	0,84
Tz= F.d (N.m)				
ΔTz (N.m)				
$\Delta\phi$	$\pi/36$ = 5°	$\pi/36$ = 5°	$\pi/36$ = 5°	$\pi/36$ = 5°

♣ La courbe correspondante représente le moment du couple du ressort en fonction de l'angle de torsion :





Déduire la constante de torsion du ressort :

Détermination de l’équation du mouvement :

Précision de la fréquence d’oscillation :

En utilisant le théorème de Huygens, on détermine la composante suivant l'axe des z du tenseur d'inertie se rapportant à une origine décalée de d par rapport au centre de gravité :

♣ Tableau du carré de la durée d'oscillation T^2 en fonction de d^2 :

d^2 (m^2)	72.9 10^{-4}	57.6 10^{-4}	44.1 10^{-4}	32.4 10^{-4}	22.5 10^{-4}	14.4 10^{-4}	0.81 10^{-4}
T^2 (s)							
Iz							
Δd^2 (m^2)							
Δ(Iz)							

♣ La courbe correspondante représente carré de la durée d'oscillation T^2 en fonction de d^2 :